

Pólya method to strengthen skills in problems of linear equations of the first degree.

Método Pólya para fortalecer las destrezas en problemas de ecuaciones lineales de primer grado

Autores:

Bravo Zambrano, Carlos Andrés
Estudiante de Maestría en pedagogía de las ciencias experimentales con mención en matemáticas y física del Instituto de Posgrado de la Universidad Técnica de Manabí Portoviejo– Ecuador



cbravo5748@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0000-0002-1779-7576>

Cedeño Loor, Francisco Omar
Docente de la Universidad Técnica de Manabí Portoviejo– Ecuador



francisco.cedeno@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0000-0001-7545-2472>

Citación/como citar este artículo: Bravo, C., y Cedeño, F. (2023) Método Pólya para fortalecer las destrezas en problemas de ecuaciones lineales de primer grado. MQRInvestigar, 7(1), 74-93. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.1.2022.74-93>

Recepción: 23-DIC-2022 Aceptación: 10-ENE-2023 Publicación: 15-MAR-2023



<https://orcid.org/0000-0002-8695-5005>

<http://mqrinvestigar.com/>

Resumen

Esta investigación se realizó en la Unidad Educativa “Pedro Antonio Vega,” ubicada en la ciudad de Flavio Alfaro-Manabí-Ecuador, donde se detectó desmotivación entre los estudiantes para la resolución de problemas, debido a que no poseen la destreza para interpretar las situaciones planteadas ni establecer la relación entre la pregunta y los datos, obstaculizando el diseño adecuado de estrategias de solución, por tanto, se necesita la aplicación de estrategias didácticas apropiadas para superar la problemática detectada. El objetivo del presente trabajo fue implementar una propuesta didáctica para aplicar el método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado. La investigación es de tipo aplicada, sistemática y de observación participante, estudio correlacional con un enfoque explicativo con un enfoque mixto. Se consideró como población 30 estudiantes de bachillerato, de los cuales se tomó una muestra de 17 estudiantes de la figura de Ciencias de Primero de Bachillerato, a partir de un muestreo no probabilístico, intencional a criterio del autor. Se emplearon las técnicas de pre-test y post-test y como instrumento el cuestionario. Se obtiene como principal resultado que la ejecución del método de Pólya mejora la comprensión tanto del método como en los procesos analíticos empleados para la resolución de problemas acerca de ecuaciones lineales, se concluye que la implementación del método de Pólya permite que los estudiantes desarrollen habilidades de interpretación, relación y diseño de estrategias para encontrar la solución a los problemas de ecuaciones de primer grado.

Palabras claves: Método Pólya, Destrezas, Resolución de Problemas.

Abstract

This research was carried out at the "Pedro Antonio Vega" Educational Unit, located in the city of Flavio Alfaro-Manabí-Ecuador, where neglect was detected demotivation students for problem solving, because they do not have the skills to interpret situations. raised or establish the relationship between the question and the data, hindering the adequate design of solution strategies, therefore, the application of appropriate didactic strategies is needed to overcome the problem detected. The objective of this work was to implement a didactic proposal to apply the Pólya method in solving problems of systems of linear equations. The research is of an applied, systematic and participant observation type, a correlational study with an explanatory approach with a mixed approach. A population of 30 high school students was considered, of which a sample of 17 students from the figure of Sciences in the First Year of High School was taken, from a non-probabilistic sampling, intentional at the author's discretion. The pre-test and post-test techniques were used as the questionnaire instrument. The main result is that the execution of the Pólya method improves the understanding of both the method and the analytical processes used to solve problems about systems of linear equations, it is concluded that the implementation of the Pólya method allows students to develop skills of interpretation, relationship and design of strategies to find the solution to the problems of first degree equations.

Keywords: Pólya Method, Skills, Problem Solving.

Introducción

A nivel Sudamericano el área de matemáticas causa apatía entre los estudiantes; la resolución de problemas es la competencia que presenta mayor dificultad. Los estudiantes no poseen la habilidad para interpretar las situaciones planteadas, no logran establecer la relación que existe entre la pregunta y los datos, dificultándoseles diseñar estrategias que les permitan encontrar la solución (Meneses y Peñazola, 2019, p. 10).

Por tanto, las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas están dadas en que el profesor presta mucha atención al cumplimiento de los programas de enseñanza, sin tener en cuenta que el objetivo de la enseñanza de la matemática es desarrollar el pensamiento lógico. Esto solo es posible si son realizadas actividades para desarrollar la creatividad (Medina Pérez, 2021).

Al mismo tiempo en el contexto educativo ecuatoriano, una de las asignaturas de mayor porcentaje de reprobación es matemática ya que el desarrollo de esta asignatura ha traído como consecuencias muchas falencias de aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes a todo nivel académico. Los cuales son capaces de resolver operaciones básicas fundamentales, pero a la hora de aplicarlas para la solución de una operación no saben cómo hacerla ya que aprendieron de una forma mecánica y repetitiva (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, INEVAL, 2018).

En consecuencia, se considera a las matemáticas como una de las materias más importantes y útiles en las escuelas, lugares de trabajo, empresas e incluso para la toma de decisiones sustanciales en la vida diaria (Awantagusnik, 2021) (Zamnah, 2021); aprenderlas y enseñarlas es una tarea bastante compleja, pero significativa para la sociedad (Rogora, 2021). En ese sentido la resolución de problemas es el centro potencial de las matemáticas, su capacidad de desarrollar el pensamiento y el razonamiento analítico en los seres humanos. (Quiñonez & Huiman, 2022, pág. 75). En el contexto ecuatoriano, las diversas pruebas como la PISA (2017) y las Ser Bachiller INEVAL (2019) muestran una constante histórica, marcada por los bajos desempeños en el área de Matemática. Es importante mencionar que desde el año 2011 el país cuenta con un nuevo marco jurídico para la educación, llamado Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI), al igual que una nueva reforma estructural y curricular que ha sido implementada paulatinamente a partir del año mencionado (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, OCDE. , 2017) (LOEI, 2019). Por consiguiente, los estudiantes requieren métodos de aprendizaje diferentes a los tradicionales, que les permitan comprender mejor los conceptos y reflejarlos en la realidad (Gutiérrez-Rico, 2019) (Vesga-Bravo, 2018)).

Para complementar dentro de la enseñanza de matemáticas la construcción del conocimiento asocia habilidad tales como el razonamiento lógico, comprensión, abstracción,

experimentación, relación, intuición, entre otros. Siendo así, tan importante el desarrollo del pensamiento matemático desde los niveles iniciales en educación (López, 2017).

Por tanto, el método de Pólya es un método sencillo, fácil de ponerlo en práctica; pero a la vez es reflexivo, fomenta el pensamiento lógico, la creación de algoritmos planificados y el aprendizaje cooperativo (Lara, Lara, Ruiz, & Carpio, 2022, pág. 408). Este método tiene como principal objetivo mejorar la capacidad de los estudiantes para diseñar un aprendizaje activo, así como seguir un modelo que permita desarrollar su pensamiento, no solo depender de la memoria y el aprendizaje por fórmulas o teorías, sino que busque comprender el problema y cómo resolverlo (Siregar, 2018).

Sustentación teórica

Método Pólya

A continuación, se expone varias definiciones y característica que posee el método Pólya de acuerdo con las investigaciones de varios autores que con sus ideas sustentan el presente trabajo. Es necesario recalcar que “El método o pasos de Pólya son estrategias didácticas útiles en la resolución de problemas matemáticos, debido a que fortalece la competencia matemática favoreciendo las operaciones básicas” (Peñaloza, 2019) citado en (Barrón-Parado, 2021, p. 169).

Dicho de otro manera para Pólya, el principal fin es ayudar a que el alumno adquiriera la mayor experiencia en la resolución de problemas, en este sentido, el profesor será el guía que en todo momento dejara al alumno asumir la parte de responsabilidad que le corresponde (Pólya, 1965).

En ese sentido, Pólya sugirió cuatro etapas para llevar a cabo una adecuada resolución de problemas, tales como: Entender el problema, elaborar un plan, llevarlo a cabo, y mirar hacia atrás o comprobar el resultado (Simpol, 2018).

Hay que mencionar que Pólya simplifica el método en cuatro grandes pasos o etapas que se detallan a continuación: El primero, "comprender el problema" que consiste en encontrar qué se debe calcular, cuáles son los datos y si es posible llegar a la solución con esa información (Molina, y Bracho, 2020). La resolución del problema requiere comprender la situación del mismo y los medios necesarios que ayuden a tomar decisiones, lo cual dirige la comprensión individual (Daulay, 2019).

El segundo paso, consiste en "concebir un plan", es decir, la búsqueda de una relación entre los datos que se tienen y lo que hay que calcular, se debe tener en cuenta si se ha resuelto problemas similares o si hay problemas relacionados que ya se han resuelto; asimismo, se reflexiona si se puede replantear el problema de manera distinta (Molina, Adamuz, & Bracho, 2020). En esta etapa se puede realizar un diagrama o utilizar variables para crear una ecuación (Simpol, 2018).

El tercer paso busca “ejecutar el plan”, que significa efectuar el plan diseñado con la finalidad de resolver el problema, evidenciando que cada paso esté correcto, así como que pueda

comprobarse (Molina y Bracho, 2020). Esta etapa incluye la ejecución de la estrategia identificada en el paso anterior, o si es necesario buscar otras estrategias; en muchas ocasiones esta etapa encierra el proceso de “prueba y error” (Simpol, 2018).

Por último, el cuarto paso "verificar el resultado", donde se evidencia si es posible demostrar la respuesta, el razonamiento, si se puede obtener otros resultados, o utilizar el mismo método para otros problemas (Molina, Adamuz, & Bracho, 2020). El individuo debe ser capaz de usar el conocimiento aprendido para problemas similares, mas no iguales o rutinarios, de esta manera se sabrá que logró con éxito el aprendizaje gracias a la resolución del problema (Daulay, 2019).

A su vez se define problema matemático como un “enunciado” que incluye datos relevantes y requiere la aplicación de un plan para ser solucionado; debe poseer un lenguaje matemático claro donde se utilicen palabras y símbolos; y, además, emplee variables alfabéticas y numéricas, para obtener una respuesta acertada (Pólya, 1965).

Hay que mencionar además que los estudios de Pólya (1965) sugieren que los métodos heurísticos son estrategias y reglas generales, utilizadas para solucionar problemas, que incluyen operaciones mentales basadas en experiencias previas con problemas similares, e indican el camino a seguir para alcanzar una solución. Así mismo, Pólya (1965) expone ideas sobre cómo ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos e indica cuatro pasos: “entender o interpretar un problema, concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva o examinar la solución” (p.17).

Teniendo en cuenta lo anterior, algunos autores manifiestan: “el verdadero sentido de la matemática se da cuando se aplica en contexto para resolver situaciones de la vida diaria que implican para el estudiante el desarrollo de procesos del pensamiento matemático” (Gualdrón, 2020, pág. 106).

En este sentido, la resolución de problemas es una habilidad muy importante, puesto que los estudiantes deben conocer, así como comprender el proceso de pensamiento y análisis de problemas, o los cuatro pasos, con la finalidad de obtener los resultados, como también buscar retos cada vez más desafiantes.

En definitiva, la resolución de problemas más que una herramienta para la enseñanza es un apoyo para superar los desafíos diarios, debido a que anima al estudiante a experimentar una variedad de emociones asociadas a los distintos componentes dentro de este proceso (Minh, 2020). Asimismo, la aplicación de esta aporta una dirección matemática al proceso de aprendizaje, gracias al razonamiento que se aborda para llegar a una solución (Molina y Bracho, 2020).

Destrezas en problemas de ecuaciones

Las destrezas son herramientas que se desarrollan en los seres humanos desde muy pequeños siendo distintas en cada uno, estas dependen del medio en que se desenvuelvan y de las personas que motiven de alguna forma a desarrollarlas. Existen habilidades innatas y otras que se dominan a través de la práctica, pero para lograr este acrecentamiento debe existir algo o alguien que promueva estas actitudes (Añasco 2019, p. 15).

Al mismo tiempo son definidas por las pruebas externas PISA como: “la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos” (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, OCDE. , 2017, p. 64). Esto requiere: analizar, comprender y argumentar una determinada situación matemática cotidiana, que genera una inquietud, permite implementar habilidades y procesos de razonamiento y necesita ser resuelta (Mazzilli, 2016).

Por otro lado aprender matemáticas requiere que los procesos de enseñanza estén mediados por métodos y técnicas que promuevan en los estudiantes el deseo de analizar, descubrir y relacionar patrones, que les permitan aplicarlos en los diferentes procesos, y con ello generar nuevo conocimiento que modifique los constructos ya preestablecidos (Gualdrón, 2020, pág. 107).

En ese sentido las destrezas matemáticas son clave para analizar e interpretar desde informaciones básicas hasta decisiones complejas en el funcionamiento y desarrollo integral de la vida (Wongupparaj, 2022) (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, OCDE. , 2017, pág. 71).

Por lo cual el área de conocimientos de matemáticas está orientada a la capacidad de los alumnos para usar sus conocimientos matemáticos con el fin de afrontar los desafíos del futuro, por tanto la destreza es considerada como la capacidad del alumno para analizar, razonar y comunicar ideas de manera efectiva mediante el planteamiento, la formulación y la resolución de problemas matemáticos en diferentes áreas de conocimiento y situaciones planteamiento, la formulación y la resolución de problemas matemáticos en diferentes áreas de conocimiento y situaciones.

Por consiguiente, la fortaleza de la matemática como herramienta en la solución de problemas se sustenta en su capacidad para reconocer en realidades diversos elementos comunes y transformarlos en conceptos y relaciones entre ellos, para elaborar modelos generales que luego se aplican exitosamente a problemas diversos, e incluso, bastante diferentes de aquellos que originaron el modelo.

Por ello, aprender a generalizar partiendo de lo particular es necesario para establecer propiedades entre los objetos matemáticos que representan la realidad, y comprender el alcance de estos, así como su uso en la solución de los problemas. Adicionalmente, hay que asegurar que los resultados de los modelos faciliten soluciones a los problemas pasa por la obtención de demostraciones, ya sean formales u obtenidas mediante métodos heurísticos. Finalmente, la posibilidad de obtener estos modelos generales incluye el análisis y la investigación de situaciones nuevas, la realización de conjeturas, y de su aceptación o de su rechazo (sustentado en la demostración) Lineamientos curriculares para el Bachillerato General Unificado área de matemática (MINEDUC, 2016, pág. 4).

De ahí que el hecho de dominar las matemáticas es para usarlo en situaciones que el contexto lo requiera y se sabe que todo lo que rodea este hecho de operaciones lógicas – matemáticas, no es para lucirse sino para encontrar un abanico de soluciones. A esta idea de competencia matemática, muy bien se ajustaría el término de formación matemática: La formación matemática Es la capacidad del individuo,

a la hora de desenvolverse en el mundo, para identificar, comprender, establecer y emitir juicios con fundamento acerca del papel que juegan las matemáticas como elemento necesario para la vida actual futura de ese individuo como ciudadano constructivo, comprometido y capaz de razonar (PISA, 2001, pág. 71).

De modo que las competencias matemáticas son habilidades que un individuo adquiere y desarrolla a lo largo de su vida, estas le permiten utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático. Las competencias matemáticas se articulan con las competencias del siglo XXI, las cuales son: resolución de problemas, la toma de decisiones y el pensamiento crítico Ministerio de Educación Currículo priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, matemáticas, digitales y socioemocionales Nivel de Bachillerato (MINEDUC, 2021, p. 8)

Para complementar, la destreza matemática es entendida como un conjunto de habilidades matemáticas que un individuo posee para resolver problemas matemáticos. “Las competencias matemáticas son destrezas y competencias generales como la resolución de problemas, el uso del lenguaje y el diseño matemáticos” (PISA, 2001, p. 72)

De la misma forma Díaz y Careaga manifiestan que las destrezas para la resolución de ecuaciones son:

La capacidad de resolver problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción de su enseñanza que ponga en primer lugar la capacidad de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento lógico. A partir de estas ideas centrales es que debe ser determinado el contenido de la enseñanza (Díaz, 2021, p. 133).

Por otra parte, Arteaga et al (2020) enuncia que, para resolver un problema mediante una ecuación, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver la ecuación planteada. “Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan. Una vez resuelta la ecuación, damos la solución al problema” (p. 25).

Las destrezas con criterios de desempeño están estructuradas por habilidades, contenidos de aprendizaje y procedimientos de diferente nivel de complejidad que brindan a los estudiantes la oportunidad de ser más eficaces en la aplicación de los conocimientos adquiridos en las actividades de su vida cotidiana. Según el Ministerio de Educación del Ecuador, las destrezas relacionadas con la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado son las siguientes:

Plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q , e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema (Ref. M.4.1.22.).

M.4.1.10. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Z en la solución de problemas. M.4.1.20. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Q en la solución de problemas sencillos. M.4.1.38. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en R para resolver problemas sencillos.

Así se explica la habilidad para resolver problemas matemáticos como el dominio de las acciones para estructurar modos de actuar y métodos de solución utilizando los conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos.

Numerosos problemas se resuelven empleando ecuaciones, para ello se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Leer detenidamente el texto a traducir.
- Señalar el significado de la variable.
- Traducir del lenguaje común al algebraico las relaciones que se plantean en el texto del problema.
- Plantear la ecuación.
- Resolver la ecuación.
- Comprobar que la solución de la ecuación satisface las condiciones que aparecen en el texto del problema.
- Redactar la respuesta de la pregunta del problema (Solano, 2019).

En definitiva, las destrezas de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado son de suma importancia que sean desarrolladas desde clase con el apoyo del docente quien debe de buscar el método adecuado para hacerlo.

Material y métodos

La importancia de la metodología de la investigación científica radica en el ser un medio indispensable para canalizar y orientar diversas herramientas teóricas- prácticas para solucionar problemas a través del método científico, dichos conocimientos representan una actividad de racionalización del entorno investigativo sistemático de la realidad (Viñan, 2018).

El presente trabajo corresponde a un tipo de investigación aplicada, puesto que existe intervención del investigador. En lo que respecta al objetivo es una investigación correlacional pues se analiza la relación que existe entre las variables en este caso el método de Pólya y la de fortalecer el desarrollo de destrezas de ecuaciones lineales. Como decía (Hernández Sampieri, 2014) desde el punto de vista del modelo de investigación, el presente estudio responde a un estudio cuantitativo, pues se aplica una prueba de inicio y una prueba al final.

Se fundamenta en la parte metodológica que en efecto de levantar la información se aplica un pre-test y un post-test de Lara, Lara, Ruiz y Carpio (2022) instrumento validado para su investigación, al cual se le ha hecho modificaciones de acuerdo con la realidad de la Unidad Educativa “Pedro Antonio Vega,” para obtener datos importantes directamente de los estudiantes con la finalidad de demostrar que la implementación del método de Pólya permite que los estudiantes desarrollen habilidades de interpretación, relación y diseño de estrategias para encontrar la solución a los problemas de ecuaciones de primer grado

Se aplica observación de campo pues los datos son recabados directamente del sujeto de estudio. Los resultados obtenidos fueron base para el planteamiento de una propuesta de solución. Asimismo, fue necesario el uso de los métodos teóricos, empíricos y estadísticos.

Teóricos puesto que se buscó información de fuentes confiables y actualizadas para la sustentación del presente trabajo, empíricos ya que se utilizó el pre-test y post-test como técnicas de estudio y estadísticos debido a que se hizo uso de tablas y gráficos estadísticos para su tabulación e interpretación de los resultados (Álava, 2022, pág. 145).

Se consideró como población a 30 estudiantes de bachillerato, de los cuales se tomó una muestra de 17 estudiantes de la figura de Ciencias de primero de bachillerato, a partir de un muestreo no probabilístico, intencional a criterio del autor.

RESULTADOS

Como se indica en el apartado de material y métodos, la presente investigación se basa en la implementación del método de Pólya como estrategia didáctica para fortalecer las destrezas en problemas de ecuaciones lineales de primer grado. En ese sentido para tener una visión clara de la efectividad del método de Pólya como estrategia didáctica para fortalecer las destrezas en problemas de ecuaciones lineales de primer grado se aplicó un pre-test y un post-test. Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 1
Prueba de diagnóstico (pre-test)

Pre-test problemas de ecuaciones lineales de primer grado		
Paso 1	Comprender el enunciado del problema	
	Indicadores	
	¿El problema hay que leerlo varias veces?	10 7
	¿El enunciado del problema es comprensible?	5 12
	¿Puedes identificar las incógnitas del problema?	8 9
	¿Los datos del problema son suficientes?	5 12
	¿Eres capaz de plantear el problema con tus propias palabras?	6 11
Paso 2	Proponer un plan	
	Indicadores	
	¿Identificas de forma clara las operaciones y procedimientos que debes usar para resolver el problema?	4 13
	¿Puedes descomponer el problema en problemas más sencillos?	2 15
	¿Conoces los posibles métodos para resolver el sistema de ecuaciones planteado?	4 13
	¿Eres capaz de jerarquizar cada paso a seguir desde el inicio hasta el fin de la solución del problema?	2 15
Paso 3	Ejecutar el plan	
	Indicadores	
	¿Pones en práctica diversas alternativas de solución al problema?	4 13
	¿Los pasos que sigues para resolver un problema son secuenciales, lógicos y verificables?	4 13
Paso 4	Verificar la solución	
	Indicadores	
	¿Revisas si los resultados concuerdan con lo que solicitaba el enunciado del problema?	2 15
	¿Buscas nuevas maneras de resolver el problema?	6 11
	¿El procedimiento que usaste es válido para problemas similares?	5 12

Tabla 2

Prueba de diagnóstico (post-test)

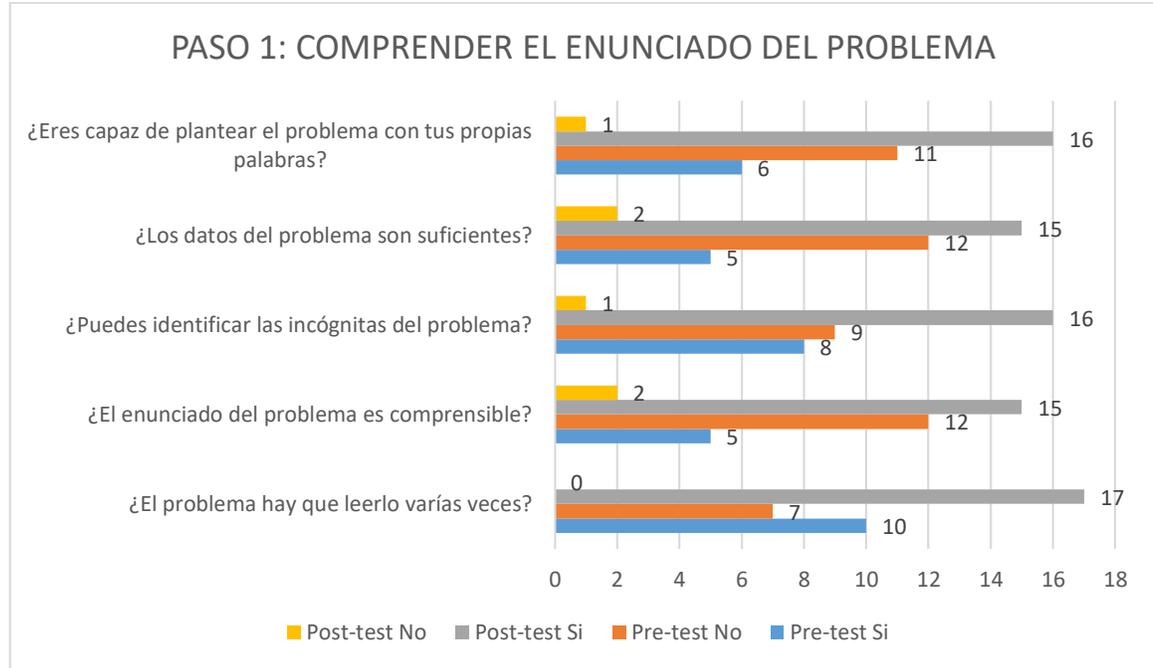
Post-test problemas de ecuaciones lineales de primer grado		
Paso 1	Comprender el enunciado del problema	
	Indicadores	
	¿El problema hay que leerlo varias veces?	17 0
	¿El enunciado del problema es comprensible?	15 2
	¿Puedes identificar las incógnitas del problema?	16 1
	¿Los datos del problema son suficientes?	15 2
	¿Eres capaz de plantear el problema con tus propias palabras?	16 1
Paso 2	Proponer un plan	
	Indicadores	
	¿Identificas de forma clara las operaciones y procedimientos que debes usar para resolver el problema?	15 2
	¿Puedes descomponer el problema en problemas más sencillos?	14 3
	¿Conoces los posibles métodos para resolver el sistema de ecuaciones planteado?	12 5
	¿Eres capaz de jerarquizar cada paso a seguir desde el inicio hasta el fin de la solución del problema?	15 2
Paso 3	Ejecutar el plan	
	Indicadores	
	¿Pones en práctica diversas alternativas de solución al problema?	15 2
	¿Los pasos que sigues para resolver un problema son secuenciales, lógicos y verificables	14 3
	Verificar la solución	
Paso 4	Indicadores	
	¿Revisas si los resultados concuerdan con lo que solicitaba el enunciado del problema?	16 1
	¿Buscas nuevas maneras de resolver el problema?	15 2
	¿El procedimiento que usaste es válido para problemas similares?	16 1

Fuente: Post-test

Autor: Investigadores

Gráfico 1.

Resultados comparativos entre el pre-test y post-test del paso 1 del método de Pólya

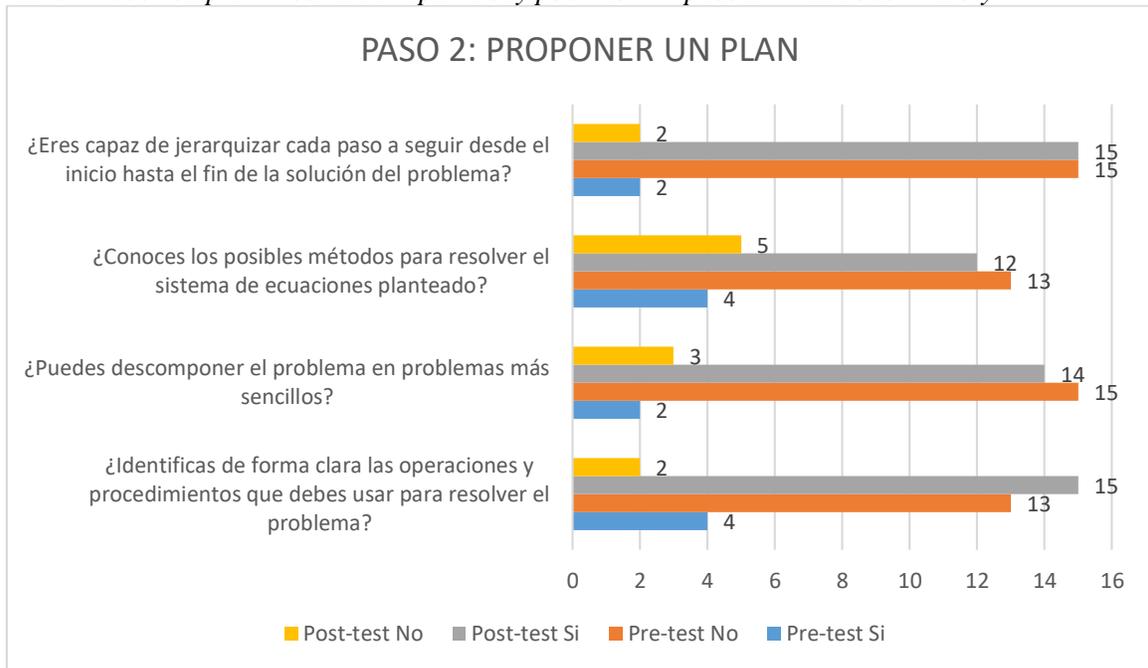


Fuente: Pre-test y Post-test
 Autor: Investigadores

Como se aprecia en el gráfico 1, la respuesta SI del indicador que se refiere a la lectura repetitiva del enunciado del problema aumenta de 10 en el pre-test a 17 en el post-test; es decir que después de aplicar el método Pólya el 100% de los estudiantes encuestados se dieron cuenta de la importancia de la lectura repetitiva del enunciado del problema para poderlo resolver acertadamente. Con relación a si es comprensible el enunciado, se puede observar que en el pre-test únicamente 5 estudiantes entendían el enunciado; sin embargo, luego de implementar la metodología propuesta, el número de estudiantes que captan el enunciado del problema aumenta a 12. El indicador de identificación de incógnitas muestra una mejora considerable de 8 a 16 estudiantes, lo que indica que el doble de los estudiantes logró la identificación de la incógnita una vez aplicado el método Pólya para la resolución del problema; en cuanto a si consideran que los datos de los problemas son suficiente se puede apreciar que aumenta el número de respuestas positivas de 5 a 15. Finalmente, a si puede plantear los problemas con sus propias palabras aumento de 6 a 16 respuestas positivas. En base a los resultados se puede interpretar que cada uno de los indicadores del paso 1 han demostrado un ascenso en relación con el pre-test.

Gráfico 2.

Resultados comparativos entre el pre-test y post-test del paso 2 del método de Pólya



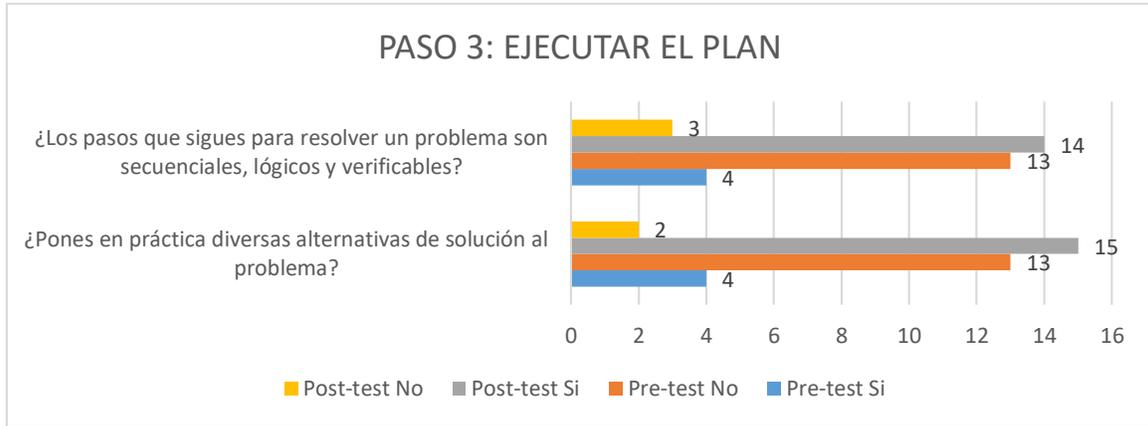
Fuente: Pre-test y Post-test

Autor: Investigadores

En el gráfico 2 un aumento considerable en relación al pre-test y post-test, en cuanto a la identificación clara de las operaciones y procedimientos a utilizar para resolver problemas aumento de 4 a 15 estudiantes que lo identifican, un avance importante en esta habilidad, de la misma forma aumento de 2 a 14 los estudiantes que pueden descomponer el problema en problemas más sencillos para resolverlos con mayor facilidad, de la misma forma de 4 respuestas positivas aumentó a 12 lo que indica que después de aplicar el método Pólya en la resolución de problemas los estudiantes conocen los posibles métodos para resolver las ecuaciones, es importante resaltar el crecimiento de estudiantes que se consideran capaces de jerarquizar cada paso a seguir desde el inicio hasta el fin de la solución del problema, puesto que se observa que en el pre-test 6 estudiantes sabían cómo hacerlo se incrementó a 16 en el post-test. Además de estar al tanto sobre los pasos del método Pólya, se exterioriza un conocimiento adecuado por parte de los estudiantes en lo relacionado a la variedad de métodos que pueden utilizar para resolver problemas y el proceso de jerarquización a seguirse para utilizarlos, la aplicación el método Pólya ha mejorado esos indicadores como se nota en el gráfico 2.

Gráfico 3.

Comparativo de indicadores entre el pre-test y post-test del paso 3 del método de Pólya

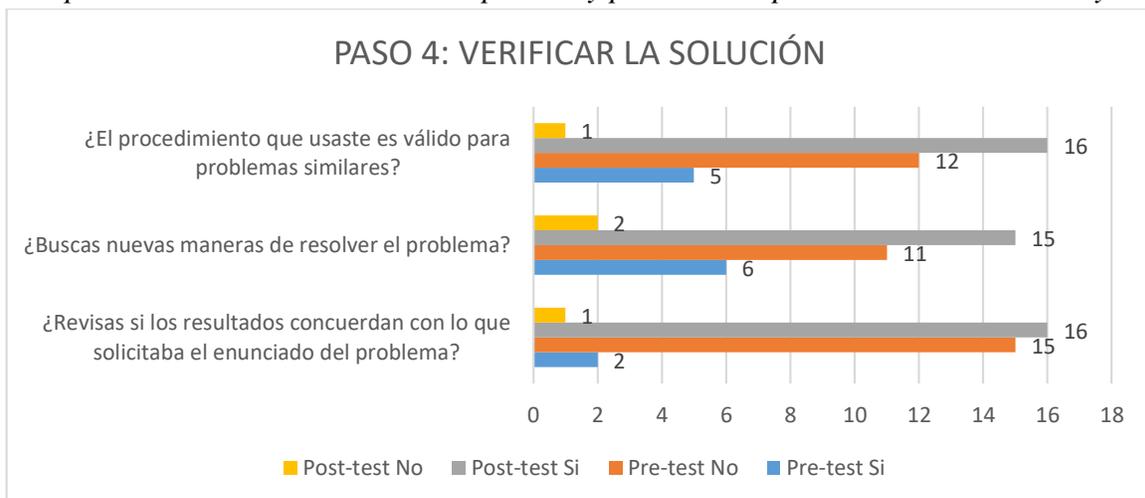


Fuente: Pre-test y Post-test
 Autor: Investigadores

En el paso 3 de ejecutar el plan se observa en el gráfico 3 el incremento de respuestas positivas en relación a las 2 interrogantes, puesto que se evidencia claramente los beneficios de la aplicación del método Pólya, ya que en la comparativa del pre-test y post-test se refleja en los resultados, debido a que aumenta de 4 a 15 estudiantes que ponen en práctica diversas alternativas de solución al problema, de igual manera se incrementa de 4 a 14 los estudiantes que siguen los pasos correctos para resolver un problema siendo estos pasos secuenciales, lógicos y verificables.

Gráfico 4.

Comparativo de indicadores entre el pre-test y post-test del paso 4 del método de Pólya



Fuente: Pre-test y Post-test
 Autor: Investigadores

Los resultados en la gráfico 4 aseveran que la gran mayoría de los estudiantes participantes en esta investigación han logrado desarrollar sus capacidades y habilidades en relación a la revisión de resultados verificando que concuerdan con lo que requería lo manifestado en el problema, buscando nuevas formas de resolverlo, reconociendo que el procedimiento utilizado es el acertado para la resolución del problemas equivalentes, lo que demuestra que el método Pólya desarrolla en los estudiantes el pensamiento crítico, ya que su conocimiento ya no es memorístico, sino más bien reflexivo.

Discusión

De acuerdo con los resultados obtenidos una vez aplicado el pre-test y post-test se puede exteriorizar que es recomendable la utilización el método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones, puesto que una de las particularidades más destacadas del este método es que desarrolla el pensamiento lógico-reflexivo de los estudiantes, por medio de la creación de algoritmos planificados y el aprendizaje colaborativo. Para sustentar la presente investigación y sus resultados seguidamente, se muestran estudios relacionados a la temática de investigación:

Quispe y Altamirano en su estudio titulado Aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios en estudiantes de segundo de secundaria, concluye que:

Se determinó a través de la prueba T Student del grupo experimental, que, si mejoró los aprendizajes comparando los puntajes de los estudiantes, se observa que el promedio en el pre-test es menor que el post-test. Objetivamente eso indica que la aplicación de Método Pólya mejoró significativamente (Quispe & Altamirano, 2019).

En el artículo científico denominado de Quiñonez y Huiman en su trabajo denominado: “Resolución de problemas con el método matemático de Pólya: La aventura de aprender”, manifiesta que:

El aprendizaje de la matemática debe ser más sustancial y fructífero al aplicar el método de Pólya para resolver problemas matemáticos. Si bien es cierto, los resultados son positivos, por lo general, tampoco debe dejarse de lado, que la innovación, requerirá de un tiempo apropiado para obtener resultados más impactantes. Asimismo, las potencialidades de los estudiantes en el nuevo siglo también merecen una renovación en la planificación, ejecución, y evaluación, de cada sesión de clase (Quiñonez y Huiman, 2022, p. 84).

Finalmente, Molina, Adamuz y Bracho dentro de su investigación titulada “La resolución de problemas basada en el método de Pólya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria manifiestan que:

Los resultados evidencian una implementación positiva del método y un uso eficaz del recurso empleado mostrando una mejoría en la competencia en resolución de problemas y un mejor desarrollo de la competencia lingüística, además se observa una importante mejoría en el proceso de lectura y comprensión del enunciado del problema, proceso fundamental para llevar a cabo la resolución de un problema (Molina, et al., 2020, p. 83).

Como se puede apreciar en las investigaciones citadas que sustentan el aporte científico del método Pólya, favorece a perfeccionar el rendimiento académico en la asignatura de matemática, adicional a ese beneficio, desarrolla en los estudiantes, capacidades, habilidades y hábitos que les favorece a que sean más reflexivos y trabajar de manera colaborativa.

Conclusiones

Como resultado de la aplicación del pre-test y post-test concernientes a la resolución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado con la aplicación del método de Pólya, se evidencia que los estudiantes avanzaron en la comprensión tanto del método Pólya como en los procesos analíticos empleados para la resolución de problemas.

Además, su aplicación permitió a los estudiantes a desarrollar el pensamiento lógico-reflexivo, mediante la creación de algoritmos planificados y el aprendizaje colaborativo.

Finalmente, los estudiantes lograron perfeccionar el proceso de aprendizaje de la matemática, es por ello por lo que en el presente estudio se plantea la implementación de un método fácil y sencillo, que contribuya de manera significativa en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado de una manera más organizada, sistematizada y efectiva.

Bibliografía

- Álava, M. y. (2022). Youtube como refuerzo académico en la asignatura de matemática de octavo año básico. . *MQR Investigar*, 6(4), 136-155. doi:<https://doi.org/10.56048/MQR20225.6.4.2022.136-155>
- Añasco Mora, S. M. (2019). *Estrategias metodológicas en el desarrollo de habilidades y destrezas para la resolución de problemas*.
- Awantagusnik, A. S. (2021). Mathematical representation process analysis of students in solving contextual problem based on Polya's strategy. . *AIP Conference Proceedings*, 2330, 040016. doi:<https://doi.org/10.1063/5.0043422>
- Barrón-Parado, J.-H. I.-A. (2021). Método Pólya en la mejorar del aprendizaje matemático en estudiantes de primaria.593Digital Publisher CEIT,6(5). 166-176. doi:Doi:10.33386/593dp.2021.5-1.752
- Daulay, K. R. (2019). Polya theory to improve problem-solving skills. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188, 012070. Obtenido de <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012070>
- Díaz, L. . (2021). Análisis acerca de la resolución de problemas matemáticos en contexto: estado del arte y reflexiones prospectivas. . *Revista espacios*, 42(1). Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/CareagaMarcelo/publication/348711365_Analisis_a
- Gualdrón, E. P. (2020). Las operaciones básicas y el método heurístico de Pólya como pretexto para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas. *Espacios* 41/48, 106-116.
- Gutiérrez-Rico, D. A.-R.-V. (2019). Concepciones del docente en sus formas de percibir el ejercicio de la investigación desde su práctica. . *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10 (1), 149-162.
- Hernández Sampieri, R. F. (2014). *Metodología de la Investigación*. . México DF: McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

- Ineval. (2018). *La Educación del Ecuador: logros alcanzados y nuevos desafíos*. Quito: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Lara, M., Lara, M., Ruiz, M., y Carpio, S. (2022). La incidencia del método de Pólya en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales a estudiantes de Segundo de Bachillerato. *Polo del Conocimiento*, 410-418.
- LOEI. (2019). *Ley Orgánica de Educación Intercultural: Principios Generales*. Obtenido de <https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2015/06/LOEI1.pdf>
- López, M. S. (2017). Evaluación y aprendizaje. . *MarcoELE: Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera*, (24), 3.
- Mazzilli, D. M. (2016). Procedimiento para desarrollar la competencia matemática resolución de problemas. *Escenarios*, 14 (2), 103-119. Obtenido de <http://dx.doi.org/10.15665/esc.v14i2.935>
- Medina Pérez, V. H. (2021). Influencia de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de la matemática. . *Research Journal*, 6(2), 36-61.
- Meneses, M., y Peñazola, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicos. *Zona Próxima*, 7-25.
- MINEDUC. (2021). Ministerio de Educación Currículo priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, matemáticas, digitales y socioemocionales Nivel de Bachillerato. 8.
- MINEDUC. (2016). *Lineamientos curriculares para el Bachillerato General Unificado área de matemática*. Don Bosco.
- Minh, L. V. (2020). The students' limitations in solving a problem with the aid of GeoGebra software: A case study. . *Universal Journal of Educational Research*, 8(9), 3842-3850. doi:<https://doi.org/10.13189/ujer.2020.080907>
- Molina, A., Adamuz, N., y Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria. *Aula Abierta*, 83-90.
- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos, OCDE. . (2017). Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo: Lectura, matemática y ciencias. *OECD Publishing*.
- Peñaloza, M. y. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima (Issue 31)*.
- Pérez, M., Diego, J., Polo, I., y González, M. (2019). Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. *PNA*, 84-103.
- PISA, P. (2001). La medida de los conocimientos y las destrezas de los alumnos. Un nuevo marco para la evaluación. Proyecto internacional para la producción de indicadores de rendimiento de los alumnos, OCDE (organización para la Cooperación y el Des. *Ministerio de educación cultura y deporte*.
- Pólya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. Ciudad de México, México: Editorial Trillas .
- Quiñonez, A., y Huiman, H. (2022). Resolución de problemas con el método matemático de Polya: La aventura de aprender. *Revista de Ciencias Sociales*, 75-86.
- Quispe, M., y Altamirano, J. (2019). Aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas de ecuaciones y polinomios en estudiantes de segundo de secundaria de la

- Institución Educativa Juan Domingo Zamácola y Jáuregui, Cerro Colorado-Arequipa 2019. *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa*, 4-10.
- Rogora, E. y. (2021). Interdisciplinarity for learning and teaching mathematics. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*.35(70), 1086-1106. doi:<https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a25>
- Simpol, N. S.-C. (2018). Implementing thinking aloud pair and Pólya problem solving strategies in fractions. *Journal of Physics: Conference Series*, 943, 012013. doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012013>
- Siregar, B. H. (2018). Error analysis of mathematics students who are taught by using the book of mathematics learning strategy in solving pedagogical problems based on Polya's four-step approach. *Journal of Physics: Conference Series* 970-012004.
- Solano, A. A. (2019). El desarrollo de la habilidad resolver problemas que conducen a ecuaciones lineales en séptimo grado". *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo* (octubre 2019). Obtenido de <https://www.eumed.net/rev/atlante/2019/10/habilidad-resolver-problemas.html>
- Tettay, S., Pulgar, M., y Rojas, Y. (2019). Errores en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado en estudiantes de secundaria. *Praxis*, 193-205.
- Vesga-Bravo, G. J.-S. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las creencias de estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 103-114.
- Villacís, M. (2021). Aplicación del método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de EGB. de Baños. *Pontificia Universidad Católica del Ecuador*, 6-16.
- Viñan, J. N. (2018). Metodología de la investigación científica como instrumento en la producción y realización de una investigación. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*.
- Wongupparaj, P. y. (2022). Relating mathematical abilities to numerical skills and executive functions in informal and formal schooling. *BMC Psychol*, 10, 27. Obtenido de <https://doi.org/10.1186/s40359-022-00740-9>
- Zamnah, L. N. (2021). Make questions as a stimulus for students to help them carry out their Polya's step in solving problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4), 042099. doi:<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042099>

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior, tesis, proyecto, etc.