

Didactic strategy for teaching the volume of revolution solids.

Estrategia didáctica para la enseñanza del volumen de los sólidos de revolución.

Autores:

Lic. Oyervide-Jumbo, Verónica Nathaly.
Instituto de Posgrado, UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ
Maestría en Pedagogía de las Ciencias Experimentales mención Matemática y Física
Maestrante
Portoviejo – Ecuador



voyervide0252@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0000-0001-7930-4776>

Ing. Vergara-Ibarra, José Luis, MSc.
Instituto de Posgrado, UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ
²Departamento de Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas,
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ.
Tutor Académico
Portoviejo – Ecuador



jose.vergara@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0000-0002-2735-9246>

Citación/como citar este artículo: Oyervide-Jumbo, Verónica Nathaly. y Vergara-Ibarra, José Luis. (2023). Estrategia didáctica para la enseñanza del volumen de los sólidos de revolución.
MQRInvestigar, 7(3), 2259-2277.

<https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.2259-2277>

Fechas de recepción: 14-JUL-2023 aceptación: 14-AGO-2023 publicación: 15-SEP-2023



<https://orcid.org/0000-0002-8695-5005>
<http://mqrinvestigar.com/>



Resumen

El estudio tuvo como objetivo fortalecer el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución mediante la aplicación de una estrategia didáctica desarrollada con un prototipo de material concreto y el software GeoGebra. La investigación fue de diseño cuasi experimental, desarrollada sobre dos grupos de estudiantes del cuarto ciclo de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, Ecuador, distribuidos en grupo de control ($n_1 = 28$) y grupo experimental ($n_2 = 21$) a los cuales se les aplicaron pre y post test para determinar el cambio mediante análisis t-Student con significancia de 0,05. Se encontró que la simulación en GeoGebra como estrategia didáctica mejora el aprendizaje significativo para el cálculo de volúmenes y visualización de sólidos de revolución. El uso de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje de volumen de sólidos en revolución representa un método eficaz porque permite la visualización de resultados de manera precisa y en poco tiempo.

Palabras clave: Aprendizaje significativo; Estrategia didáctica; GeoGebra; Sólidos de revolución; Visualización.

Abstract

The objective of the study was to strengthen the teaching process of the volume of revolution solids through the application of a didactic strategy developed with a prototype of concrete material and the GeoGebra software. The research was of a quasi-experimental design, developed on two groups of students from the fourth cycle of Pedagogy of Experimental Sciences of the University of Cuenca, Ecuador, distributed in a control group ($n_1 = 28$) and an experimental group ($n_2 = 21$) which were applied pre and post test to determine the change by t-Student analysis with significance of 0.05. It was found that the simulation in GeoGebra as a didactic strategy improves significant learning for the calculation of volumes and visualization of solids in revolution. The use of ICT in the teaching-learning process of volume of revolution solids represents an effective method because it allows the visualization of results accurately and in a short time.

Keywords: Significant learning; Teaching Strategy; GeoGebra; Concrete Material; Visualization.

Introducción

La visualización espacial se ha constituido en un campo de estudio de interés dentro del área de las matemáticas, debido a que es considerada como un fundamento sólido para la formación de conceptos y una introducción hacia la abstracción, en donde los estudiantes pueden construir modelos en diferentes situaciones de aprendizaje. Por otro lado, se han realizado varias correlaciones entre las habilidades de visualización espacial y algunas tareas en matemáticas, tales como: cálculo mental, resolución de problemas, cálculo diferencial, cálculo integral y análisis geométrico, entre otros (Clavijo et al., 2019).

En función de lo planteado, es de gran importancia mejorar la praxis pedagógica de la enseñanza de los tópicos de Cálculo Integral, debido a que los estudiantes universitarios han atravesado ciertos obstáculos en el estudio del volumen de sólidos de revolución. Uno de estos obstáculos es la carencia de habilidades de visualización espacial, que involucra el reconocimiento de las propiedades de un objeto en un sistema bidimensional o tridimensional, lo cual impide la obtención de datos para obtener el volumen de un sólido de revolución a través de la integral definida correspondiente (Hoffman, 2016).

En relación con la problemática expuesta, en Indonesia, los autores Busrah y Pathuddin (2021) realizaron una investigación cuyo objetivo fue aplicar el concepto de interpolación en el modelado de los alimentos tradicionales de la región, desde una perspectiva cultural, para contribuir a los recursos educativos de aprendizaje contextual para los estudiantes de educación superior. Se utilizó el software GeoGebra para modelar las representaciones polinómicas y ajustar la curva a la forma física de los alimentos. Se realizó una investigación cualitativa con un enfoque etnográfico, en el cual se obtuvieron resultados que esperan ser una fuente de aprendizaje de las matemáticas para los estudiantes, que ayuden a comprender la distinción del concepto de discos y arandelas con la diversidad de formas de los alimentos tradicionales, y su eficacia para desarrollar habilidades de pensamiento crítico y creativo de los estudiantes.

Por otra parte, en Brasil, los autores Teófilo de Sousa, Ferreira de Azevedo y Vieira (2021), realizaron una recomendación metodológica para favorecer la transposición didáctica que involucre la enseñanza de áreas y volúmenes de sólidos de revolución con el software GeoGebra. En ese trabajo se concluyó que la propuesta didáctica asociada con el programa GeoGebra tuvo el potencial de fortalecer la percepción geométrica del estudiante; también, permitió la visualización y construcción de objetos tridimensionales para la exploración de los conceptos geométricos. Finalmente, el software GeoGebra se catalogó como un recurso dinámico e interactivo, que permite desarrollar habilidades visuales y despertar el interés y el potencial del estudiante para la comprensión del tema.

Por otro lado, en México, la autora Aguilar (2020) realizó el diseño de una situación didáctica para el tema relacionado con el cálculo de volumen de sólidos de revolución, para estudiantes de bachillerato. El diseño se realizó desde el enfoque de la Teoría de las Situaciones Didácticas, con el objetivo de generar en los estudiantes momentos significativos a través de situaciones de acción, formulación, validación, devolución e institucionalización; mediante la resolución de problemas que conlleven a actuar y evolucionar por sí mismos. Con este estudio, se concluyó que la aplicación de la situación didáctica generó momentos significativos de aprendizaje de los estudiantes, en tanto que, la utilización del material didáctico fue indispensable para realizar las actividades y motivar a los estudiantes.

Otro estudio realizado en México por los autores Juárez-Ruiz, Sánchez y Juárez (2022), en el que se tuvo como objetivo identificar el desarrollo de las habilidades espaciales en la representación de sólidos de revolución y el cálculo de su volumen, mediante un estudio mixto de triangulación, los autores concluyeron que las tareas asistidas por GeoGebra incidieron positivamente en el desarrollo de estas habilidades, los estudiantes representaron gráficamente los sólidos de revolución más significativamente en la evaluación final que en la inicial. Además, concluyen que el estudiante requiere identificar los usos de las funciones implicadas en el proceso y, con ello, logre transitar entre el lenguaje verbal, gráfico y algebraico para calcular el volumen de un sólido de revolución.

En cambio, en Argentina, la autora Del Río (2017) realizó una investigación para sustentar el uso de la vista gráfica 3D de GeoGebra como herramienta para la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral. También, elaboró construcciones a modo de ejemplo para ayudar a comprender algunos conceptos que suelen resultar difíciles para los estudiantes de matemáticas. En el trabajo, se concluyó que el entorno de geometría dinámica en GeoGebra permitió mejorar la comprensión de la temática y que, de igual modo, la implementación de estas actividades en el aula abre nuevos cuestionamientos y oportunidades para la didáctica.

Por último, es conveniente acotar que, en Ecuador, los autores Navarrete et al. (2022) realizaron una investigación bibliográfica sobre el uso de los recursos tecnológicos y programas informáticos para mejorar la enseñanza del Cálculo Integral. Además, buscaron mostrar que utilizar el programa GeoGebra como herramienta didáctico-tecnológica en el aprendizaje de cálculo integral y que tanto los docentes como discentes se deben apoyar en las herramientas tecnológicas para un aprendizaje más significativo. Del mismo modo, el autor Vergara (2021), en su estudio mostró cómo realizar la construcción de cualquier sólido de revolución mediante parametrizaciones de curvas y superficies rotadas alrededor de un eje en el software GeoGebra; y sugiere su aplicación didáctica en los procesos de enseñanza aprendizaje para consolidar y fortalecer la interpretación geométrica, analítica y abstracta de objetos tridimensionales.

En concordancia con lo señalado anteriormente, se expone que los estudiantes de cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca han presentado diversas dificultades al momento de estudiar los sólidos de revolución y el cálculo de su volumen, los cuales son: visualizar el sólido de revolución que se forma al girar una curva cerrada, confundir los límites de integración, diferenciar los métodos (discos, arandelas y capas cilíndricas) y realizar la representación gráfica del sólido, entre otras. Por las razones mencionadas, la persistencia de este problema causará un impacto negativo en el estudiante, debido a que no será capaz de desarrollar una capacidad de razonamiento espacial, lo que le impedirá aplicar esta destreza en diferentes ámbitos de la vida diaria o laboralmente.

Por tal motivo, el estudio tuvo como propósito fortalecer el proceso de aprendizaje del volumen de los sólidos de revolución, dentro de la asignatura de Cálculo Integral en el cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, Ecuador, mediante la aplicación de una estrategia didáctica basada en las simulaciones de sólidos de revolución utilizando el software GeoGebra y un prototipo de material concreto que simula la rotación de los sólidos de revolución.

Marco Teórico

Teoría del aprendizaje significativo

El psicólogo y pedagogo, David Ausubel (1983), propuso que el aprendizaje significativo es el proceso en el cual la mente humana genera nuevos conceptos a partir de aprendizajes previos. Para esto se requieren dos condiciones, la primera es que la persona esté predispuesta para aprender y, la segunda, establece que los contenidos a tratarse sean potencialmente significativos. Del mismo modo, plantea la importancia de la interacción docente-estudiante y los materiales educativos, ya que cada uno de éstos aportan al proceso educacional con sus respectivas responsabilidades. Por lo tanto, los materiales educativos deben ser significativos, importantes e inclusivos, y tener un sentido lógico (Matienzo, 2020).

Estrategia didáctica

Una estrategia didáctica es el procedimiento para perfeccionar el proceso de aprendizaje, dentro de este proceso, existen diversos métodos, técnicas y actividades que orientan la secuencia de acciones para alcanzar los objetivos educativos. Estas actividades se adaptan a la realidad contextual, es decir, se ajustan al tipo de estudiantes con el que se va a trabajar de una manera significativa. Además, las estrategias didácticas tienen un propósito puntualizado en objetivos parciales, y pertenecen a una secuencia lógica de los elementos involucrados en el proceso (De La Torre et al., 2010)

Material concreto



El aprendizaje se edifica a partir de estímulos externos y esto provoca la construcción de nuevos saberes, por ello, uno de los retos de la tarea pedagógica es tomar en cuenta el uso de recursos y materiales educativos para facilitar el establecimiento de aprendizajes significativos. Ruesta y Gejaño (2022), con base en otros autores, definen el material concreto como el conjunto de aparatos y herramientas de apoyo, diseñados para fortalecer el proceso de enseñanza con el objetivo de activar el aprendizaje en los estudiantes. También, conlleva que el docente elabore los materiales didácticos en relación con las necesidades educativas de los estudiantes, permitiendo el logro de las competencias que favorezcan el aprendizaje.

GeoGebra

Una de las tecnologías educativas más importantes en la actualidad es el software de matemáticas dinámicas GeoGebra, el cual provee un entorno virtualizado de caracterización tridimensional, que proporciona al estudiante una mejor comprensión e interpretación de los conceptos matemáticos (Rodrigues et al., 2017). Adicionalmente, cabe decir que GeoGebra contiene un conjunto de herramientas para la elaboración de recursos educativos digitales, con ayuda de la vista gráfica 3D, se puede representar la construcción de un sólido de revolución, mientras que, la vista gráfica 2D integra el modelo analítico que permite hacer las formas geométricas más dinámicas y manipulables, y obtener un valor aproximado del volumen del sólido generado (Vergara, 2022).

Material y métodos

Aplicación de la estrategia didáctica

De acuerdo a los fundamentos de la Teoría del aprendizaje significativo, se diseñó una estrategia didáctica misma que propicia al docente potenciar el proceso de enseñanza y al estudiante lograr aprendizajes significativos mediante el mejoramiento de sus habilidades de visualización espacial. La estrategia didáctica (ED) contiene el diseño de tres clases destinadas para el desarrollo del volumen de los sólidos de revolución, correspondiente a la asignatura de Cálculo Integral, con diversas actividades utilizando el prototipo de material concreto y el software GeoGebra (Oyervide, 2022). A continuación, se describen las 3 sesiones de clases diseñadas para la ED:

Clase 1: Sólidos de revolución.

En la primera clase, se utilizó el prototipo de material concreto eléctrico, cuya función es rotar las láminas a cierta velocidad que dan como resultado la visualización de un sólido de revolución (ver Figura 1). Se inició la simulación con láminas básicas, tales como:



rectángulo, semicírculo, triángulo rectángulo, entre otros. Antes de realizar la rotación de las láminas se cuestionó a los estudiantes sobre el objeto resultante que se visualizaría, ocasionando así un desequilibrio cognitivo. Luego, se insertaron las láminas más complejas acotadas por diferentes funciones, generando sólidos con distintas características entre sí.

Figura 1

Prototipo de material concreto con las láminas: rectángulo, semicírculo, triángulo rectángulo

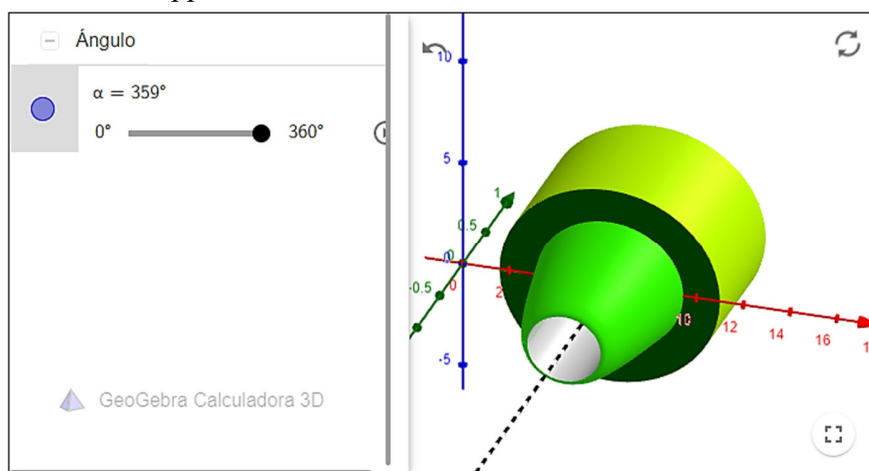


Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, en la Figura 2 se muestra uno de los applets de GeoGebra utilizados para visualizar sólidos de revolución con huecos, con el objeto de analizar la forma en que se originan debido a la revolución de una región acotada por dos o más curvas.

Figura 2

Applet en GeoGebra “Sólido de Revolución 1”



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/pnyurvkr>

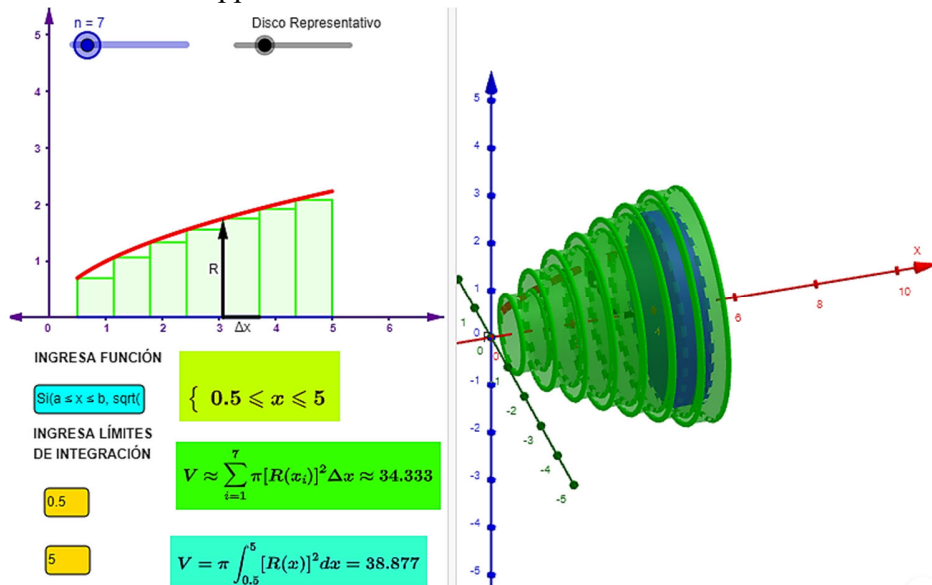
Clase 2: Método de discos.

La segunda clase se inició con la demostración del primer método para calcular el volumen de un sólido de revolución, para lo cual se utilizó el applet de GeoGebra: “Método de los

discos” (ver Figura 3), en el que el estudiante pudo observar que al realizar un corte perpendicular a un sólido de revolución se obtiene una rebanada, misma que tiene forma de un cilindro circular recto. Al conocer la expresión matemática de su volumen se puede aproximar el mismo de todo el sólido mediante una Suma de Riemann de las n rebanadas obtenidas.

Figura 3

Applet en GeoGebra “Método de los discos”

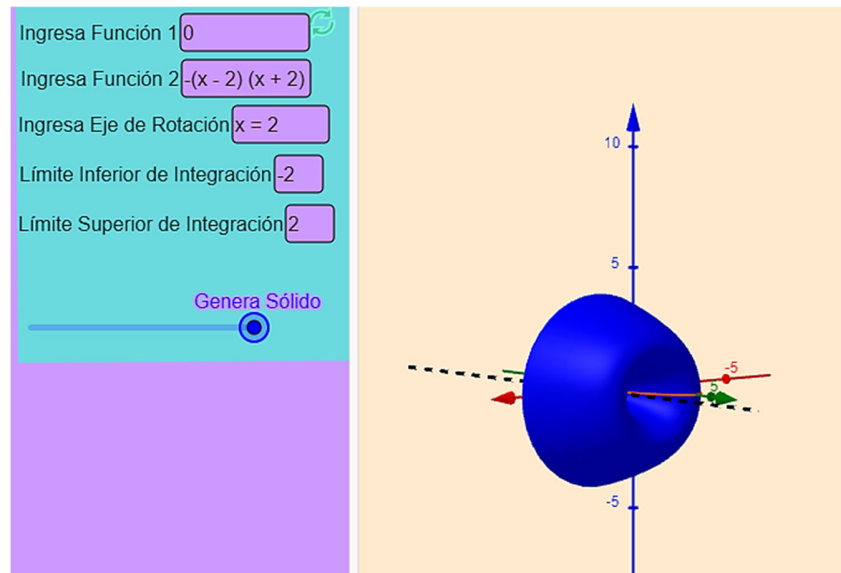


Fuente: <https://www.geogebra.org/m/gvnsemyy>

Por otra parte, se utilizó el applet de GeoGebra “Suma de Riemann, área y método de los discos” para ejemplificar y comparar el volumen de un sólido de revolución mediante la aplicación de la integral definida y las sumas finitas de Riemann. En seguida, con el applet “Construcción de Sólidos de Revolución con GeoGebra” (ver Figura 4), se realizaron diversos ejercicios, siguiendo el siguiente esquema: primero se ingresa la función, el eje de rotación y los límites de integración, luego se analiza la región acotada por las curvas y se visualiza el sólido generado, se identifican sus características y los parámetros requeridos para plantear la integral definida y calcular su volumen.

Figura 4

Applet en GeoGebra “Construcción de Sólidos de Revolución con GeoGebra”



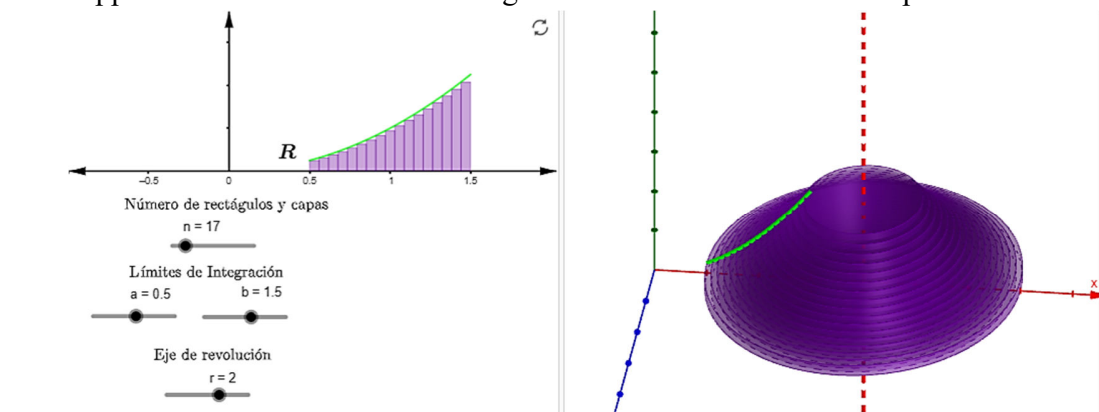
Fuente: <https://www.geogebra.org/m/jxkmyeay>

Clase 3: Métodos de capas cilíndricas

En la tercera clase, se realizó la demostración del método de capas cilíndricas mediante el applet “Simulación geométrica del método de las capas cilíndricas”, como se muestra en la Figura 5, donde el estudiante puede variar los valores de rectángulos y capas y, con ello, visualizar el sólido que se genera a partir de la suma finita de delgadas capas cilíndricas. Además, se presentó el video “Shell Method” para ilustrar paso a paso la formación de un sólido mediante la unión de cascarones cilíndricos. A continuación, con el applet “Generador de sólidos de revolución” se ejemplifican la generación de algunos sólidos de revolución y su posterior cálculo de volumen.

Figura 5

Applet en GeoGebra “Simulación geométrica del método de las capas cilíndricas”



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/prbeqzkd>

Experimento

La presente investigación fue de diseño cuasi experimental, por lo que se llevó a cabo mediante un enfoque cuantitativo; de acuerdo al nivel es de tipo correlacional para determinar el grado de asociación que existe entre las dos variables del contexto en particular y, según el propósito, es aplicada. La variable independiente fue la estrategia didáctica y la variable dependiente el proceso de enseñanza del volumen de los sólidos de revolución, diferenciado por un lado en la forma tradicional sin el uso de tecnología informática y, por el otro lado, con el uso de software GeoGebra.

La población fue finita debido a que se enfocó en los dos paralelos de estudiantes de cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca; la población correspondiente estuvo constituida por 49 estudiantes. No se calculó tamaño de muestra ya que el tema de investigación es específico, mismo que se estudia solamente en la asignatura de Cálculo Integral impartida en el cuarto ciclo de la carrera; además, analizar la totalidad de estudiantes fue viable, ya que la investigadora pudo acceder a toda la población.

Se establecieron dos grupos: control y experimental. El grupo de control correspondió al paralelo matutino con 28 estudiantes, mientras que el grupo experimental estuvo representado por el paralelo vespertino con 21 estudiantes. Por lo tanto, se trabajó con dos grupos intactos (experimental y de control), a los cuales se les aplicó un pre test con el objetivo de verificar la equivalencia inicial de ambos grupos y, posterior a la implementación de la estrategia didáctica, un post test para determinar si existió cambios o no. El grupo experimental recibió el tratamiento con la aplicación de la estrategia didáctica, mientras que al grupo de control se le impartieron las clases de forma tradicional sin el uso de los recursos didácticos.

En el estudio se utilizaron los métodos analítico-sintético, deductivo y la observación; se aplicó la técnica de la encuesta, cuyo instrumento fue el cuestionario de preguntas con respuestas en nivel de medición ordinal. En consecuencia, para evaluar a los estudiantes se utilizó una prueba de desarrollo acerca de los volúmenes de los sólidos de revolución, con la finalidad de medir la diferencia entre los grupos mediante los conocimientos adquiridos por los estudiantes correspondientes después de las sesiones de aprendizaje.

Los datos obtenidos se organizaron en una base de datos utilizando el software SPSS, versión 25. En el análisis estadístico se utilizó primero un procesamiento de los datos cuantitativos continuos obtenidos mediante la prueba de desarrollo y, posteriormente, el procesamiento para establecer relaciones entre las variables. Los resultados se presentan en tablas estadísticas y los contrastes de hipótesis se realizaron considerando un nivel de significancia de 0,05, por lo que si el p – *valor* fue inferior al nivel de significancia se rechazó la hipótesis nula, de lo contrario se aceptó la misma.



Resultados

Prueba de hipótesis para la comparación de varianzas: Prueba de Homogeneidad

Planteamiento de las hipótesis:

H_0 : Los grupos de control y experimental son homogéneos

H_1 : Los grupos de control y experimental no son homogéneos

Tabla 1

Prueba de Levene del pre test de los grupos control y experimental

Prueba de Levene de igualdad de varianzas	F	p
	2,164	0,148

Como $p = 0,148$, superior a 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, lo cual significa que las varianzas de los grupos son iguales, los grupos control y experimental son homogéneos; lo cual permite continuar con el experimento.

Prueba de hipótesis para demostrar la eficiencia del programa

- Hipótesis específica 1

H_0 : Antes de la aplicación de la estrategia didáctica, no existe una diferencia significativa en el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución, entre los estudiantes del grupo de control y grupo experimental, del cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

H_1 : Antes de la aplicación de la estrategia didáctica, existe una diferencia significativa en el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución, entre los estudiantes del grupo de control y grupo experimental, del cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

Tabla 2

Prueba T de diferencia de medias para muestras independientes del pre test, grupo de control y grupo experimental.

Grupos	t	gl	p	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
					Inferior	Superior
Control-Experimental	1,241	47	0,221	0,7381	-0,45802	1,9341



Como se muestra en la tabla 2, p es de 0,221, lo cual es mayor al nivel de significancia, por lo que no se rechaza la hipótesis nula. Esto quiere decir que, no existe una diferencia significativa en el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución entre los estudiantes del grupo de control y grupo experimental antes de aplicar el tratamiento experimental; lo cual sustenta la igualdad entre grupos como punto de partida del experimento.

- Hipótesis específica 2

H_0 : Después de la aplicación de la estrategia didáctica, no existe diferencias significativas en el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución, entre los estudiantes del grupo de control y grupo experimental, del cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca

H_1 : Después de la aplicación de la estrategia didáctica, existe diferencias significativas en el proceso de enseñanza del volumen de sólidos de revolución, entre los estudiantes del grupo de control y grupo experimental, del cuarto ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

Tabla 3
Puntuaciones promedio y prueba T de diferencia de medias para muestras independientes del post test, grupo de control y grupo experimental

Grupos	N	Media	DS	t	gl	Sig.
Control	28	6,89	2,258	-2,284	47	0,027
Experimental	21	8,33	2,081			

En la tabla 3, se muestra que la puntuación media en el grupo experimental (8,33) fue mayor que en el grupo de control (6,89), representando una diferencia significativa dado que $p = 0,027$, resultado menor que 0,05, lo que determina que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, lo que quiere decir que, existe una diferencia significativa entre las medias del grupo de control y grupo experimental después de aplicar el tratamiento al grupo experimental. Por lo tanto, existe diferencias significativas en el proceso de enseñanza del volumen de los sólidos de revolución entre los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica.

Discusión

El proceso enseñanza–aprendizaje de las matemáticas a nivel universitario representan un desafío importante, tanto para los docentes, quienes tienen que preparar el material educativo mediante estrategias didácticas efectivas, como para los alumnos, quienes requieren de los

medios necesarios que faciliten la comprensión de los temas y, aún más importante, desarrollar su capacidad de comprensión gráfica relacionada con las ecuaciones y funciones que se presentan en el currículum académico.

De acuerdo con Gallo et al. (2022), las estrategias docentes para la enseñanza deben producir en el alumnado un aprendizaje consciente e intencional, que permita reflexionar y autorregularse, lo cual se puede lograr mediante el establecimiento de claras condiciones para el aprendizaje, mediante el uso de herramientas. En opinión de Kovacheva et al. (2022), la visualización gráfica es uno de los elementos más importantes en la comprensión de la resolución de problemas matemáticos.

La visualización se ha convertido, por lo tanto, en un factor esencial dentro de la enseñanza de las matemáticas. Según Mishra et al. (2022), el método de visualización de información educativa es una de las tecnologías efectivas de la educación moderna. La visualización le permite crear asociaciones visuales, demostrar las propiedades de los objetos y describir el proceso que se está estudiando. Esto es especialmente importante para las matemáticas, donde el nivel de abstracción es muy alto y provoca dificultades de aprendizaje.

Los resultados experimentales del estudio, al aplicar el del post test, demostraron que después de aplicar la estrategia didáctica el grupo experimental obtuvo mejores resultados que el grupo de control ($p = 0,027$). Esto significa que la visualización de resultados en gráficos 2D y 3D dentro del proceso de aprendizaje del volumen de los sólidos de revolución con el uso del software GeoGebra constituye una estrategia didáctica docente efectiva y confiable. Un resultado similar se observó en el trabajo de Zulu et al. (2022), en el cual se puso a prueba el rendimiento de los alumnos de matemáticas en Lusaka, Zambia, contrastando los resultados de un grupo de control ($n = 25$) que utilizó el método tradicional de enseñanza de las matemáticas y un grupo experimental ($n = 25$) que utilizó GeoGebra versión 6; el estudio determinó que existen diferencias significativas entre ambos grupos, teniendo el grupo experimental el mejor rendimiento ($p < 0,001$).

De igual manera, Ocal (2017), en Turquía, comparó un grupo experimental ($n = 31$) el cual utilizó GeoGebra, respecto a un grupo de control ($n = 24$) que continuó con la forma usual de aprendizaje. Como resultado se encontró una diferencia significativa a favor del grupo experimental que utilizó GeoGebra ($p = 0,007$); es decir, los estudiantes expuestos a la instrucción con GeoGebra estadísticamente obtuvieron mejores puntajes en comparación con los estudiantes del grupo de control que fueron instruidos sin GeoGebra durante los procesos de enseñanza. Un estudio similar realizado por Nurzannah et al. (2021), el grupo experimental ($n = 25$) obtuvo mejores puntuaciones respecto al grupo de control ($n = 25$) en el post test, permitió determinar que el uso de GeoGebra incrementa la comprensión de la resolución de integrales mediante la visualización en formatos 2D y 3D ($p < 0,001$).

Según Bekene (2020), el software matemático GeoGebra es la mejor forma alternativa de enseñar y aprender cálculo en el siglo XXI mediante la exploración y la visualización, ya que se opone al método tradicional de enseñanza y aprendizaje, o enfoques de solo solución y hace que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea más activo en el aula, lo que va con el enfoque constructivo de la enseñanza y el aprendizaje. De acuerdo con Vergara (2022), el modelado dinámico permite una comprensión más precisa y rápida del comportamiento de los sólidos de revolución.

El uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas ha tomado cada vez mayor relevancia debido a la disposición de diversas aplicaciones, en forma de software o de manera online en páginas web, que permiten la rápida representación de funciones matemáticas, incluyendo el cálculo integral, con lo que los estudiantes de cálculo ven facilitado el proceso de aprendizaje mediante la observación directa de los resultados. Al respecto, Das (2019), indica que los estudiantes pueden usar las TIC como una herramienta para realizar cálculos, realizar gráficos y ayudar a resolver problemas. El autor enfatiza que, la integración de las TIC en la educación matemática tiene un impacto positivo tanto en el proceso de enseñanza como en el de aprendizaje.

Durante el desarrollo del estudio se percibió que la motivación del grupo de control se mantenía estable, al mismo ritmo de las sesiones de clases corrientes; mientras que, en el grupo experimental el interés y la motivación se incrementaron, ya que expresaban claramente entusiasmo por la visualización de los resultados con la herramienta computacional. Según Das (2019), el uso de las TIC en la educación ayuda a desarrollar el pensamiento crítico y científico entre los estudiantes y los profesores; por otro lado, motiva al alumno a participar en actividades de aprendizaje en cualquier momento y desde cualquier lugar. También, Revelo-Rosero y Carrillo-Puga (2018), indican que las TIC permiten a los estudiantes crear ideas intuitivas y conceptos matemáticos formales, al proporcionarles un entorno adecuado a través de la interacción, la visualización, la interactividad; facilitando así el aprendizaje en los alumnos.

Si bien son evidentes los beneficios del uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, incrementando la disponibilidad de los materiales didácticos, también se pueden presentar barreras importantes que deben considerarse y, en caso de presentarse, subsanarse para aprovechar al máximo las TICs. Según Sulemana y Abdul-Kadir (2019), el uso de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje tiene muchos beneficios, sin embargo, los docentes a menudo se sienten reacios a usar las TIC debido a: deficiencia en el conocimiento y las habilidades de los profesores en el uso de la tecnología, tiempo inadecuado asignado a las clases de TIC en la institución educativa, falta de equipamiento y conexión a Internet, falta de capacitación en TIC disponible para que los docentes se actualicen y falta de soporte técnico, entre otras razones.

Conclusiones

Con la aplicación de la estrategia didáctica se consiguió una comprensión significativa de los volúmenes de sólidos de revolución en la asignatura de Cálculo Integral. Las simulaciones en GeoGebra y el material concreto fortalecieron el desarrollo de las habilidades de visualización espacial en los estudiantes universitarios, lo que les permitió identificar las características y parámetros de los sólidos para realizar el cálculo del volumen mediante la integral definida.

Mediante el uso de las vistas gráficas 2D y 3D de GeoGebra, los estudiantes lograron visualizar el desarrollo del sólido en diferentes perspectivas; esto les permitió construir imágenes mentales que vinculan las representaciones planas y tridimensionales con los conceptos teóricos, la resolución de la integral y la simulación computacional que resulta en el modelado dinámico.

La integración de las TIC en la educación matemática tiene un impacto positivo tanto en el proceso de enseñanza como en el aprendizaje, pues facilita la comprensión de temas y métodos mediante la representación visual, de forma rápida y precisa.

Aunque el uso de las TIC y aplicaciones como GeoGebra que contribuyen sustancialmente al aprendizaje significativo, existen algunas barreras que pueden interferir en ello, tales como las deficiencias que pueden tener los docentes en el manejo de herramientas informáticas, falta de equipamiento y falta conectividad en las instituciones educativas, entre otras.

La interacción con los estudiantes permitió identificar una gran motivación asociada al uso de la herramienta GeoGebra, pues expresaron sentir mayor confianza al comprender el funcionamiento del cálculo integral para determinar los volúmenes de sólidos de revolución mediante la visualización.

Referencias bibliográficas

- Aguilar, V. (2020). Propuesta de una situación didáctica para el tema cálculo de volúmenes de sólidos de revolución. *Revista de Investigación y Divulgación en Matemática Educativa*, 17(1), 20-26.
<http://funes.uniandes.edu.co/25396/1/Aguilar2020Propuesta.pdf>



- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1-10.
http://mc142.uib.es:8080/rid=1PNRKBXQH-ZPXP9T1XB/Aprendizaje_significativo.pdf
- Bekene, T. (2020). Implementation of GeoGebra a Dynamic Mathematical Software for Teaching and Learning of Calculus in Ethiopia. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 11(9), 838-860.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED609696.pdf>
- Busrah, Z., y Pathuddin, H. (2021). Ethnomathematics: Modelling the volume of solid of revolution at Buginese and Makassarese traditional foods. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 6(4), 331-351.
<https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i4.15050>
- Clavijo, E., Bedoya, J., y Ramírez, E. (2019, septiembre 12-14). *Visualización gráfica con GeoGebra en el aprendizaje de Cálculo* [Conferencia]. V Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Pereira, Colombia.
<https://editorial.ucp.edu.co/omp/index.php/e-books/catalog/view/49/45/1759>
- Das, K. (2019). Role of ICT for Better Mathematics Teaching. *Shanlax International Journal of Education*, 7(4), 19-28. <https://doi.org/10.34293/education.v7i4.641>
- De La Torre, S., Arellano, C., y Sevillano, M. (2010). *Estrategias didácticas en el aula: Buscando la calidad y la innovación*. Editorial UNED: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Del Río, L. (2017). Enseñar y aprender cálculo con ayuda de la vista gráfica 3D de GeoGebra. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 17(1), 1-13.
<https://doi.org/10.18845/rdmei.v17i1.2739>
- Gallo, C., Quintana, D., y Mejía, L. (2022). Estrategias de enseñanza y su relación con el aprendizaje en estudiantes de educación superior. *Horizontes: Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 6(25), 1422-1433.
<https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i25.423>
- Hoffman, D. (2016, 21 de febrero). *Visualizing Solids Of Revolution In Geogebra* [Presentation]. Proceedings of the Third Annual Southern Connecticut GeoGebra Conference, New Haven, Estados Unidos.
<https://mathed.miamioh.edu/index.php/ggbj/article/view/81/68>
- Juárez-Ruiz, E., Sánchez, L., y Juárez, J. (2022). Identificación del desarrollo de habilidades visuales espaciales en representaciones y conversión entre registros para calcular volúmenes. *Educación matemática*, 34(1), 157-185.
<https://doi.org/10.24844/em3401.06>
- Kovacheva, Z., Kaloyanova, K., Naydenova, I., y Saranova, E. (2022). Effective Methods for Teaching Mathematics and Informatics in Higher Education in the Digital World. *TEM Journal*, 11(2), 876-881.
https://www.temjournal.com/content/112/TEMJournalMay2022_876_881.pdf

- Matienzo, R. (2020). Evolución de la teoría del aprendizaje significativo y su aplicación en la educación superior. *Dialektika: Revista de Investigación Filosófica y Teoría Social*, 2(3), 17-26. <https://journal.dialektika.org/ojs/index.php/logos/article/view/15>
- Mishra, V., Mishra, L., Tiwari, S., Rathour, L., y Obradovic, D. (2022). Computational Algorithms and Numerical Dimensions. *Com. Alg. Num. Dim*, 1(4), 141-146. https://www.journal-cand.com/article_159701_72323ae9d0799b81946e07095cb15e2a.pdf
- Navarrete, M., Merino, P., Estupiñán, B., y Caicedo, J. (2022). Geogebra como herramienta tecnológica-didáctica en el aprendizaje del cálculo integral. *Sapienza: International Journal of Interdisciplinary Studies*, 3(1), 902-910. <https://doi.org/10.51798/sijis.v3i1.271>
- Nurzannah, M., Herizal, F., y Mursalin, M. (2021). The effect of REACT strategy assisted by GeoGebra software on students' mathematical representation ability. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning*, 4(2), 90-97. <https://doi.org/10.29103/mjml.v4i2.5709>
- Ocal, M. (2017). The Effect of Geogebra on Students' Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Applications of Derivative. *Higher Education Studies*, 7(2), 67-78. <https://doi.org/10.5539/hes.v7n2p67>
- Oyervide, V. (2022). *Volumen de sólidos de revolución*. Google Sites. <https://sites.google.com/utm.edu.ec/volumen-solidos-de-revolucion/inicio>
- Revelo-Rosero, J., y Carrillo-Puga, S. (2018). Impacto del uso de las TIC como herramientas para el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de educación media. *Revista Cátedra*, 1(1), 67-87. <https://doi.org/10.29166/catedra.v1i1.764>
- Rodrigues, L., Guimarães, M., Gomes, N., Da Silva, J., Faragó, D., y Faissal, A. (2017). Usando o GeoGebra para o ensino de sólidos de revolução. *Ciência e Natura*, 39(3), 666-686. <https://doi.org/10.5902/2179460X25400>
- Ruesta, R. y Gejaño, C. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Revista Franz Tamayo*, 4(9), 94-108. <https://doi.org/10.33996/franztamayo.v4i9.796>
- Sulemana, A., y Abdul-Kadir, Y. (2019). The Use of Information and Communication Technology (ICT) in Teaching and Learning of Mathematics in Al-Faruq College of Education, Wenchi-Ghana. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 8(6), 64-69. <https://doi.org/10.21275/ART20198184>
- Teófilo de Sousa, R., Ferreira de Azevedo, I., y Vieira, F. (2021). El software GeoGebra como recurso para sólidos de revolución en geometría espacial. *Revista Tecnología Educativa*, 6(1), 43-52. <https://tecedu.uho.edu.cu/index.php/tecedu/article/view/260/202>
- Vergara, J. (2021). Sólidos de revolución con GeoGebra: Revolution solids with GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación E Internet*, 22(1), 1-12. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v22i1.5735>

Vergara, J. (2022). Sólidos de Revolución y suma de Riemann en GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 22(2), 1-20.

<https://www.redalyc.org/journal/6079/607968030005/html/>

Zulu, J., Nachiyunde, K., Nalube, P., y Mwansa, G. (2022). The Effect of GeoGebra Classic 6 Software on First-Year Students' Graphing Skills of Hyperbola Functions and Confidence in Lusaka District. *International Journal of Current Science Research and Review*, 5(2), 406-417. <https://doi.org/10.47191/ijcsrr/V5-i2-14>

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior.